

Opisivanje podataka: Mjere centralne tendencije

Poglavlje 3



Ciljevi

1. Računanje *aritmetičke, ponderisane sredine, modusa i medijane*.
2. Objasniti karakteristike, prednosti i nedostatke svake od njih.
3. Odrediti poziciju svake od sredina kod *simetričnih i nesimetričnih* rasporeda frekvencija.

Aritmetička sredina populacije

Za negrupisane podatke, **aritmetička sredina populacije** predstavlja zbir svih vrijednosti populacije, podijeljen sa ukupnim brojem podataka u populaciji. **Aritmetička sredina uzorka**, odnosno uzoračka aritmetička sredina, predstavlja zbir svih vrijednosti u uzorku podijeljen sa brojem podataka u skupu.

PRIMJER 1:

Aritmetička sredina populacije

$$\mu = \frac{\sum X}{N}$$

- Gdje je μ populaciona sredina.
 - N ukupan broj opservacija.
 - X pojedinačna vrijednost.
 - Σ označava sumiranje svih vrijednosti.

Aritmetička sredina uzorka

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

- Gdje je \bar{X} uzoračka sredina, dok je n ukupan broj vrijednosti u uzorku

PRIMJER: Crnogorski telekom je izvršio istraživanje o tome koliko minuta klijenti paketa MAGENTA mjesečno potroše. Slučajnim uzorkom su pronašli 12 klijenata koji koriste pomenuti paket i predstavili koliko su minuta potrošili u prošlom mjesecu. Pronaći uzoračku sredinu potrošenih minuta.

90	77	94	89	119	112
91	110	92	100	113	83

$$\text{Uzoračka sredina} = \frac{\text{Zbir posmatranih vrijednosti uzorka}}{\text{Broj posmatranih vrijednosti uzorka}}$$

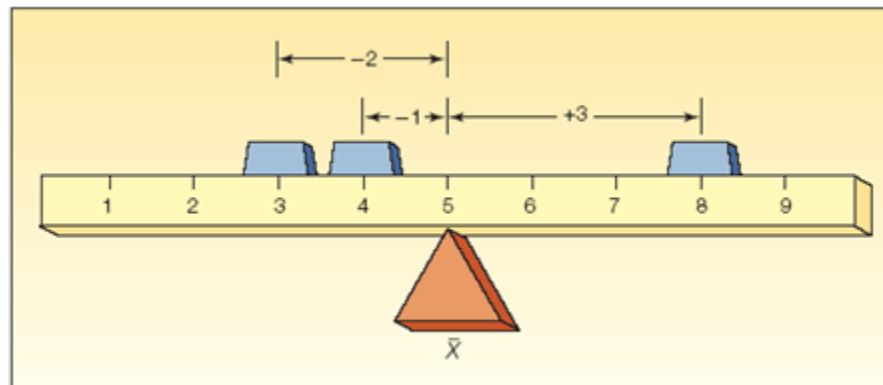
$$\text{Uzoračka sredina} = \frac{\sum X}{n} = \frac{90+77+\dots+83}{12} = \frac{1170}{12} = 97,5$$

Svojstva aritmetičke sredine

Svaki skup intervalnog ili racio nivoa mjerenja ima sredinu.
Sve vrijednosti se uključuju u računanje sredine.
Skup podataka ima jedinstvenu sredinu.
Sredina je osjetljiva na ekstremne vrijednosti.
Aritmetička sredina je jedina mjera centralne tendencije gdje je suma odstupanja pojedinačnih podataka od sredine jednaka nuli.

PRIMJER: Razmotrimo skup vrijednosti: 3, 8, i 4. Sredina je 5. Pogledajmo pomenutu 5. osobinu:

$$\Sigma(X - \bar{X}) = [(3 - 5) + (8 - 5) + (4 - 5)] = 0$$

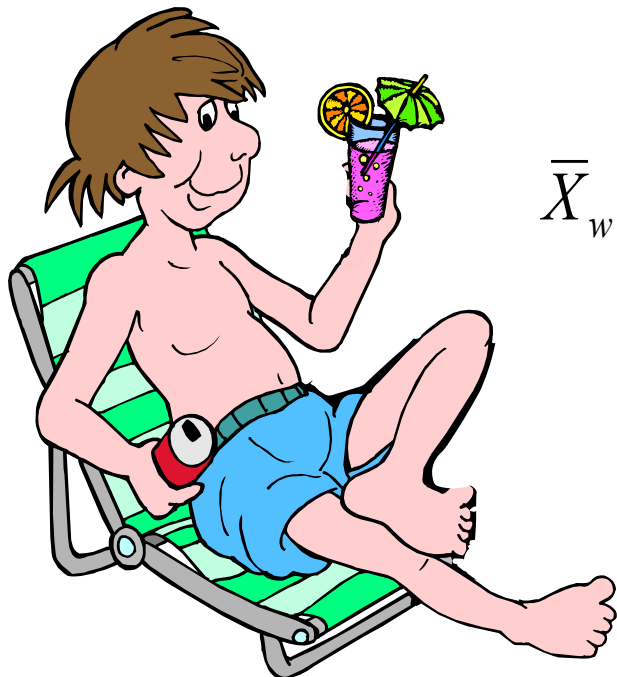


PONDERISANA SREDINA

- **Ponderisana sredina** skupa brojeva X_1, X_2, \dots, X_n , sa odgovarajućim ponderima w_1, w_2, \dots, w_n , računa se po sljedećoj formuli:

$$\bar{X}_w = \frac{(w_1 X_1 + w_2 X_2 + \dots + w_n X_n)}{(w_1 + w_2 + \dots + w_n)}$$

PRIMJER: Tokom jednog vrućeg julskog sata, Simo, konobar na plaži Mogren poslužio je 50 pića. Poslužio je 5 pića po \$0.50, 15 po \$0.75, 15 po \$0.90, i 15 po \$1.15. Izračunati ponderisanu sredinu cijene posluženih pića.



$$\begin{aligned}\bar{X}_w &= \frac{5(\$0.50) + 15(\$0.75) + 15(\$0.90) + 15(\$1.15)}{5 + 15 + 15 + 15} \\ &= \frac{\$44.50}{50} = \$0.89\end{aligned}$$

Medijana

Medijana je srednja tačka vrijednosti pošto su one poređane po veličini, od najmanje do najveće ili obrnuto. Isti je broj vrijednosti iznad i ispod medijane.

SVOJSTVA MEDIJANE

1. Medijana je jedinstvena za svaki skup podataka
2. Ne zavisi od ekstremnih vrijednosti, odnosno na nju ne utiču ekstremno velike niti ekstremno male vrijednosti.
3. Može se računati za ordinalni, racio i intervalni nivo mjerenja.
4. Može se računati za beskonačnu distribuciju frekvencija ako ne leži na beskonačno otvorenom intervalu.

Godine 5 studenata FIST-a odabranih uzorkom su:

18, 23, 19, 20, 22

Kada poređamo podatke u rastući red dobijamo:

18, 19, 20, 22, 23.

Medijana je 20.

Težine 4 košarkaša Budućnosti su sljedeće:

78, 72, 80, 74

Kada poređamo podatke u rastući red dobijamo:

72, 74, 78, 80.

Medijana je 76.

Za paran broj podataka u skupu medijana će biti aritmetička sredina vrijednosti dva srednja podatka.

Modus

Modus je vrijednost opservacije koja se najčešće javlja u skupu.

PRIMJER: Mjesečna plata mesara u različitim gradovima Crne Gore prikazana je u tabeli ispod. Pronaći modus mjesečne plate.

Grad	Plata	Grad	Plata
Podgorica	400€	Gusinje	350€
Nikšić	300€	Plav	300€
Pljevlja	250€	Cetinje	250€
Plužine	250€	Danilovgrad	300€
Budva	300€	Tivat	300€
Herceg Novi	350€	Kolašin	250€

Mjesečna plata koja se najviše puta ponavlja iznosi 300€ (5 puta). Zaključujemo da je modus 300 €.

Geometrijska sredina

$$GM = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\dots(X_n)}$$

- ▶ Korisna je za pronalaženje prosjeka kod procenata, indeksa, stope rasta tokom vremena.(relativnih vrijednosti)
- ▶ Veoma korišćena u biznisu i ekonomiji, jer predstavlja jednostavan način da se procentualno prikažu promjene u platama, prodaji, ekonomskim pokazateljima, kao što je GDP.
- ▶ Geometrijska sredina će uvijek biti manja ili ista kao aritmetička sredina.
- ▶ Definiše se kao n -ti korjen proizvoda n brojeva.

PRIMJER:

Pretpostavimo da ste dobili 5% povećanje plate ove godine i 15% povećanja plate sljedeće godine. Prosječni godišnji porast plate je 9,886, a ne 10,0. Zašto je to tako? Počnimo računanjem geometrijske sredine.

$$GM = \sqrt{(1.05)(1.15)} = 1.09886$$

Primjeri za vježbu

PRIMJER 1: Kamatna stopa na tri vrste obveznica je 5, 21, i 4 procenta.

- ▶ Geometrijska sredina je $GM = \sqrt[3]{(1.05)(1.21)(1.04)} = 1.0973$
- ▶ aritmetička sredina je $(5+21+4)/3 = 10.0$

Sredina grupisanih podataka

- Sredina grupisanih podataka data je formulom: $\bar{X} = \frac{\sum Mf}{n}$
- U deset bioskopa u Crnoj Gori dat je prikaz broja filmova tokom nedjelje. Izracunati sredinu broja prikazanih filmova.

Prikazani filmovi	frekvencije f	Sredina intervala M	$(f)(M)$
1 do 3	1	2	2
3 do 5	2	4	8
5 do 7	3	6	18
7 do 9	1	8	8
9 do 11	3	10	30
Ukupno	10		66

$$\bar{X} = \frac{\sum fM}{n} = \frac{66}{10} = 6.6$$

Aritmetička sredina grupisanih podataka

Aritmetička sredina grupisanih podataka:

$$\bar{X} = \frac{\sum Mf}{n} \quad \text{Gdje je:}$$

- \bar{X} - oznaka za jednostavnu sredinu
- M - sredina intervala
- f - frekvencija u svakom intervalu
- fM - frekvencija u svakom intervalu pomnožena sredinom intervala
- $\sum fM$ - zbir ovih proizvoda
- n - ukupan broj frekvencija

PRIMJER:

Odrediti aritmetičku sredinu prodajnih cijena koje su date u tabeli ispod.

Prodajna cijena (€ u hiljadama)	Frekvencije (f)	Sredina intervala (M)	f*M
15 - 18	8	16,5	132,0
18 - 21	23	19,5	448,5
21 - 24	17	22,5	382,5
24 - 27	18	25,5	459,0
27 - 30	8	28,5	228,0
30 - 33	4	31,5	126,0
33 - 36	2	34,5	69,0
Ukupno	80		1.845,0

Izračunavanje aritmetičke sredine kod grupisanih podataka pomoću formule dobijamo:

$$\bar{X} = \frac{\sum fM}{n} = \frac{1.845}{80} = 23,1$$

Medijana grupisanih podataka

- Medijana uzoračkih podataka grupisanih u distribuciju frekvencija data je formulom:

$$\text{Medijana} = L + \frac{\frac{n}{2} - CF}{f} (i)$$

- Gdje je L donja granica medijalnog intervala
- CF kumulativna frekvencija intervala koji prethodi medijalnom intervalu
- f frekvencija medijalnog intervala
- i širina intervala.

Kako se određuje medijalni interval

PRIMJER:

Da bismo odredili medijalni interval grupisanih podataka moramo:

- Konstruisati distribuciju kumulativnih frekvencija.
- Podijeliti broj podataka sa dva.
- Odrediti koja klasa sadrži ovaj podatak.
- Na PRIMJER, ako je $n=50$, $50/2 = 25$, odrediti klasu koja sadrži 25-i podatak.

Prikazani filmovi	Frekvencije	Kumulativne frekvencije
1 do 3	1	1
3 do 5	2	3
5 do 7	3	6
7 do 9	1	7
9 do 11	3	10

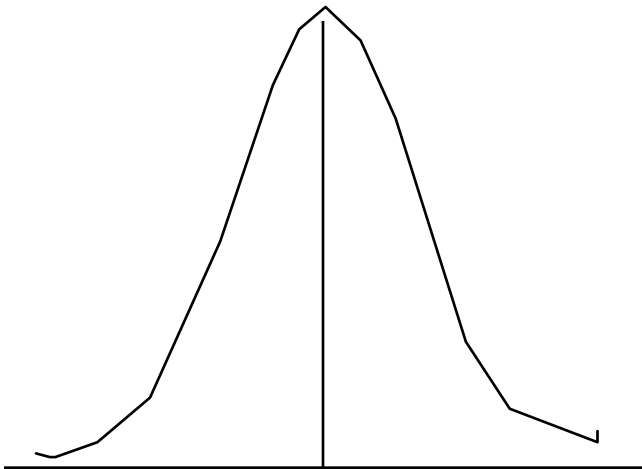
► Iz tabele, $L=5$, $n=10$, $f=3$, $i=2$, $CF=3$

$$\text{Medijana} = L + \frac{\frac{n}{2} - CF}{f}(i) = 5 + \frac{\frac{10}{2} - 3}{3}(2) = 6.33$$

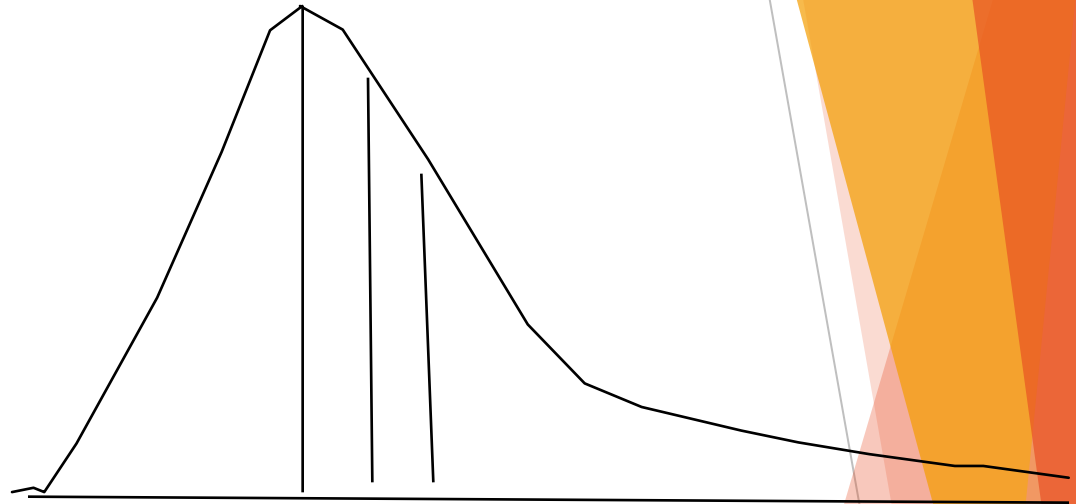
Modus grupisanih podataka

- ▶ Modus grupisanih podataka je *aproksimativno sredina intervala sa maksimalnom frekvencijom*.
- Modus u **PRIMJERU 10** su 6 i 10. Kada u seriji postoje dvije vrijednosti sa maksimalnom frekvencijom takav raspored se naziva **bimodalan**, kao u PRIMJERU 10.

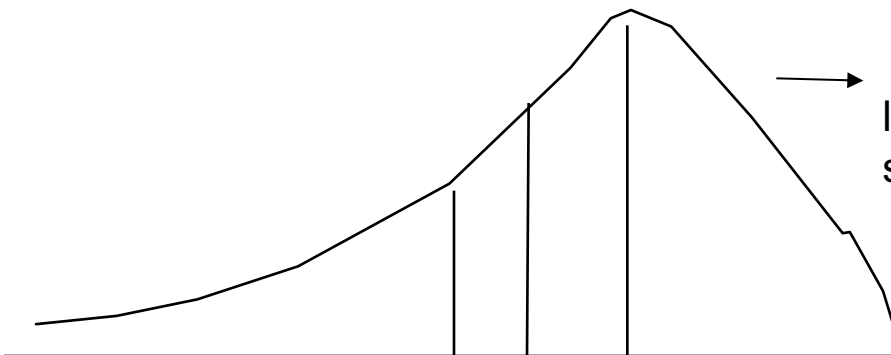
Simetrična distribucija, udesno asimetrična distribucija, uljevo asimetrična distribucija



Nulta asimetričnost
modus = medijana = sredina



Pozitivna asimetričnost: Sredina i medijana su
udesno od modusa.
 $\text{Modus} < \text{Medijana} < \text{sredina}$



→ Negativna asimetričnost: Sredina i medijana su
lijevo od modusa
 $\text{sredina} < \text{medijana} < \text{modus}$

Hvala na paznji!